

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Abtastratenumsetzung</b>	<b>1</b>
1.1	Darstellung diskreter Signale	1
1.1.1	Diskrete Abtastung	1
1.1.2	Polyphasendarstellung	4
1.1.3	Modulationsdarstellung	8
1.1.4	Transformation der Signalkomponenten	10
1.2	Herabsetzung der Abtastrate	12
1.2.1	Abwärtstastung	12
1.2.2	Spektrum des abwärtsgetasteten Signals	15
1.2.3	Überlappungseffekte (Aliasing)	17
1.2.4	Skalierung der Antialiasing-Filter	19
1.2.5	Dezimation von Bandpaßsignalen	20
1.2.6	Abwärtstastung mit Phasen versatz	22
1.2.7	Abwärtstastung der Polyphasenkomponenten	25
1.2.8	Periodische Zeitinvarianz	28
1.2.9	Äquivalenzen	30
1.3	Erhöhung der Abtastrate	34
1.3.1	Aufwärtstastung	34
1.3.2	Spektrum des aufwärtsgetasteten Signals	36
1.3.3	Spektrale Deutung der Interpolation	36
1.3.4	Skalierung der Antiimaging-Filter	38
1.3.5	Verallgemeinerte Interpolation	39
1.3.6	Äquivalenzen	42
1.3.7	Kaskadierung von Abtastratenumsetzern	43

## 2 FIR-Filter 47

2.1 Allgemeines	47
2.2 Transversalstrukturen	49
2.2.1 Direktform mit allgemeiner Impulsantwort	49
2.2.2 Direktform mit symmetrischer Impulsantwort	50
2.2.3 Transponierte Direktform mit allgemeiner Impulsantwort	52
2.2.4 Transponierte Direktform mit symmetrischer Impulsantwort	53
2.3 Kreuzgliedstrukturen	54
2.3.1 Standard-Kreuzgliedstruktur	54
2.3.2 QMF-Kreuzgliedstruktur	57
2.4 Symmetrieeigenschaften und lineare Phase	60
2.4.1 Nullphasige gerade Prototypen	60
2.4.2 Nullphasige ungerade Prototypen	62
2.4.3 Linearphasige FIR-Filter	64
2.5 Komplementärfilter	68
2.5.1 Komplementärbildung mit nullphasigen Filtern	68
2.5.2 Komplementärbildung mit kausalen Übertragungsfunktionen	70
2.6 Halbbandfilter	72
2.6.1 Halbband-Tiefpässe	72
2.6.2 Halbbandfilter aus idealem Tiefpaß	74
2.6.3 Kausale Halbband-Tiefpässe	76
2.6.4 Halbband-Bandpaßfilter (HB <sup>2</sup> P-Filter)	78
2.6.5 HB <sup>2</sup> P-Filter aus Tiefpaß-Prototypen	80
2.6.6 M-tel-Band-Tiefpaßfilter	82

## 3 Entwurf von FIR-Filtern 85

3.1 Entwurf mit kleinstem quadratischen Fehler	85
3.1.1 Fehlerkriterium	85
3.1.2 Approximation des idealen Tiefpasses	87
3.1.3 Entwurf mit endlicher Filterflanke	90
3.2 Entwurf mit Fensterfunktionen	92
3.2.1 Rechteckfenster	92

## ***Inhaltsverzeichnis***

***XI***

3.2.2	Han-Fenster	93
3.2.3	Hamming-Fenster	95
3.2.4	Blackman-Fenster	96
3.2.5	Weitere Fenster	96
3.3	Entwurf mit gleichmäßiger Approximation	98
3.3.1	Zielsetzung und Alternantentheorem	98
3.3.2	Filterlänge und Entwurfparameter	99
3.3.3	Parks-McClellan-Entwurf	101
3.4	Entwurf von Halbbandfiltern	104
3.4.1	Standardentwürfe	104
3.4.2	Parks-McClellan-Entwurf mit einem "Trick"	105
3.4.3	Lagrange-Halbbandfilter	107
3.4.4	Cosinus-Rolloff-Halbbandfilter	108
3.4.5	Wurzel-Cosinus-Rolloff-Filter	110

## **4 Dezimation und Interpolation**

**111**

4.1	Dezimation mit Transversalfiltern	111
4.1.1	Faltung mit nachfolgender Abwärtstastung	111
4.1.2	Recheneffiziente Transversalstruktur	113
4.2	Interpolation mit Transversalfiltern	114
4.2.1	Aufwärtstastung mit nachfolgender Faltung	114
4.2.2	Recheneffiziente Transversalstruktur	114
4.3	Dezimation mit Polyphasenfiltern	116
4.3.1	Prinzip des Polyphasendezimators	116
4.3.2	Darstellung des Polyphasendezimators im Zeitbereich	117
4.3.3	Darstellung mit Eingangskommutator	119
4.3.4	Speichersparende zeitvariable Polyphasenfilter	122
4.3.5	Darstellung der Polyphasendezimation mit Z-Transformierten	124
4.4	Interpolation mit Polyphasenfiltern	126
4.4.1	Prinzip des Polyphaseninterpolators	126
4.4.2	Darstellung der Polyphaseninterpolation im Zeitbereich	128
4.4.3	Interpolation mit unveränderten Stützwerten	130
4.4.4	Darstellung mit Ausgangskommutator	131
4.4.5	Speichersparende Polyphasenstrukturen	134

4.4.6 Darstellung der Polyphaseninterpolation mit Z-Transformierten	135
4.5 Nichtganzzahlige Dezimation und Interpolation	136
4.5.1 Allgemeines Prinzip	136
4.5.2 Recheneffiziente Struktur des Umsetzers	137
4.5.3 Umsetzung im Verhältnis $L/M = 2/3$	140
4.5.4 Dualer Abtastratenumsetzer	141
<b>5 Multiratenfilter</b>	<b>143</b>
5.1 Filter mit einfacher Dezimation und Interpolation	143
5.1.1 Tiefpässe mit niedriger Grenzfrequenz	143
5.1.2 Aufwandsabschätzung	145
5.1.3 Schmalbandige Hochpässe und Bandpässe	146
5.2 Filter mit mehrstufiger Dezimation und Interpolation	149
5.2.1 Zweistufige Dezimation und Interpolation	149
5.2.2 Dyadische Kaskadierung	151
5.2.3 Hochpässe mit dyadischer Kaskadierung	154
5.3 Multiraten-Komplementärfilter	155
5.3.1 Multiratenfilterstufen ohne Komplementärbildung	155
5.3.2 Multiratenfilterstufen mit Komplementärbildung	157
5.3.3 Kaskadierte Multiraten-Komplementärfilter	159
5.3.4 Ausführliches Beispiel	160
5.3.5 Aufwandsabschätzung	165
5.4 Interpolierende FIR- (IFIR)-Filter	166
5.4.1 Das Prinzip der IFIR-Filter	166
5.4.2 Entwurf von IFIR-Filtern	168
5.4.3 IFIR-Hoch- und Bandpässe	171
<b>6 Zweikanal-Filterbänke</b>	<b>173</b>
6.1 Analyse- und Synthesefilterbänke	173
6.1.1 Zweikanalige Analysefilterbank	173
6.1.2 Zweikanalige Synthesefilterbank	176
6.2 Quadrature-Mirror-Filterbänke	177
6.2.1 Zweikanal-SBC-Filterbänke	177
6.2.2 Standard-QMF-Bänke	179

6.2.3 Optimale FIR-QMF-Bänke	180
6.3 Filterbänke mit perfekter Rekonstruktion	183
6.3.1 Bedingungen für perfekte Rekonstruktion	183
6.3.2 Konjugiert-Quadratur-Filter	185
6.3.3 Gültige Halbbandfilter	186
6.3.4 Filterbankentwurf	188
6.4 Paraunitäre Filterbänke	192
6.4.1 Paraunitäre Systeme	192
6.4.2 Paraunitäre Modulationsmatrix	193
6.4.3 Spektrale Faktorisierung	194
6.4.4 Realisierung mit Kreuzgliedstrukturen	197
6.5 Biorthogonale und linearphasige Filterbänke	202
6.5.1 Verallgemeinerte spektrale Faktorisierung	202
6.5.2 Linearphasige Filterbänke	204
6.6 Transmultiplexer-Filterbänke	208
6.6.1 Analyse der Filterbank	209
6.6.2 Paraunitäre TMUX-Filterbänke	210
6.6.3 Zusammenhang zwischen SBC- und TMUX- Filterbänken	213

## **7 Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke**

## **215**

7.1 M-Kanal-Filterbank mit Baumstruktur	216
7.1.1 Realisierungsstruktur	216
7.1.2 Filterflanken und Realisierungsaufwand	218
7.1.3 Eigenschaften	220
7.2 M-Kanal-Filterbank mit Parallelstruktur	221
7.2.1 Analysefilterbank	221
7.2.2 Synthesefilterbank	223
7.2.3 Maximal dezimierte SBC-Filterbank	224
7.2.4 Verzerrungsfunktion und Aliasing-Funktion	226
7.2.5 Paraunitäre SBC-Filterbank	227
7.3 Komplex modulierte M-Kanal-Filterbänke (DFT-Filterbänke)	229
7.3.1 Struktur der Filterbank	229
7.3.2 Übertragungsmatrix der Filterbank	231
7.3.3 Aliasing in der DFT-Filterbank	233
7.3.4 Fast perfekte Rekonstruktion	234
7.3.5 Filterbankentwurf	237

7.4 Cosinus-modulierte M-Kanal-Filterbänke	241
7.4.1 Struktur der Filterbank	241
7.4.2 Kompensation der Alias-Komponenten	242
7.4.3 Filterbankentwurf	244
7.4.4 Aufwandsvergleich	246
7.5 M-Kanal-TMUX-Filterbänke	247
7.5.1 Eigenschaften der Filterbank	247
7.5.2 Komplex modulierte TMUX-Filterbank	248
7.5.3 Übersprechen in der DFT-Filterbank	249
7.5.4 Fast perfekte Rekonstruktion	251

## **8 Filterbänke mit Polyphasenstruktur** **253**

8.1 Grundlegende Polyphasenstrukturen	253
8.1.1 Signalzerlegung in Polyphasenkomponenten	253
8.1.2 Systemzerlegung in Polyphasenkomponenten	255
8.1.3 Polyphasendezimatoren und -interpolatoren	256
8.2 Polyphasen-QMF-Bänke	258
8.2.1 Analysefilterbank	258
8.2.2 Synthesefilterbank	259
8.3 Allgemeine Zweikanal-Polyphasenfilterbänke	261
8.3.1 Analysefilterbank	261
8.3.2 Synthesefilterbank	262
8.3.3 Rekonstruktionsbedingung	264
8.3.4 Zusammenhang zwischen Modulations- und Polyphasenmatrix	265
8.4 Allgemeine M-Kanal-Polyphasenfilterbänke	268
8.4.1 M-Kanal-Polyphasenstruktur	268
8.4.2 Polyphasenmatrix der Analysefilterbank	270
8.4.3 Polyphasenmatrix der Synthesefilterbank	271
8.5 Paraunitäre Polyphasenfilterbänke	272
8.5.1 Polyphasenmatrix der Zweikanal-Analysefilterbank	272
8.5.2 Determinante der Polyphasenmatrix	273
8.5.3 M-Kanal-Polyphasenfilterbank	274
8.6 DFT-Polyphasenfilterbänke	276
8.6.1 DFT-Polyphasenanalysefilterbank	276
8.6.2 Recheneffiziente Polyphasenstruktur für die Analyse	277

8.6.3 Abschätzung des Rechenaufwandes	279
8.6.4 Entwurf der Polyphasenteilfilter	280
8.6.5 DFT-Polyphasensynthesefilterbank	280
8.6.6 Recheneffiziente Polyphasenstruktur für die Synthese	281
8.6.7 Filterbänke mit Frequenzumsetzung	283
8.6.8 DFT-SBC-Polyphasenfilterbänke	286
8.6.9 DFT-TMUX-Polyphasenfilterbänke	287
8.6.10 Varianten von DFT-Polyphasenstrukturen	287

## **9 Oktavfilterbänke und Wavelets**

**289**

9.1 Filterbänke mit Baumstruktur	289
9.1.1 Oktav-Analysefilterbank	289
9.1.2 Oktav-Synthesefilterbank	291
9.1.3 Filterbänke mit höherer Auflösung	292
9.2 Multikomplementär-Filterbänke	294
9.2.1 Laplace'sche Pyramide	294
9.2.2 Zweikanal-Komplementär-Filterbank	296
9.2.3 Alias-freie Teilbandsignale	297
9.2.4 M-Kanal-Komplementär-Filterbänke	299
9.2.5 Multikomplementär-Kernfilter	300
9.3 Wavelet-Transformation	303
9.3.1 Verallgemeinerte Signaltransformationen	303
9.3.2 Signalanalyse mit Mehrfachauflösung	304
9.3.3 Dyadische Wavelets	306
9.3.4 Wavelet-Reihenentwicklung	307
9.3.5 Parseval'sches Theorem für Wavelets	308
9.3.6 Diskrete Wavelet-Transformation (DWT)	309
9.4 Filterbänke und Wavelets	310
9.4.1 DWT mit Analysefilterbänken	310
9.4.2 IDWT mit Synthesefilterbänken	312
9.4.3 Perfekte Rekonstruktion und inverse diskrete Wavelet- Transformation (IDWT)	315
9.4.4 Orthogonale Filterbänke	315
9.4.5 Biorthogonale Filterbänke	318
9.5 Eigenschaften von Wavelets und Skalierungsfunktionen	322
9.5.1 Elementare Eigenschaften von Skalierungsfunktionen	322

9.5.2 Elementare Eigenschaften von Wavelets	324
9.5.3 Endlich lange Wavelets	326
9.5.4 Ausführliches Beispiel	327
9.6 Konstruktion von Wavelets	329
9.6.1 Regularität	329
9.6.2 Sukzessive Approximation	330
9.6.3 Beispiel	331
9.7 Beispiele von Wavelet-Systemen	334
9.7.1 Haar-Wavelets	334
9.7.2 Shannon-Wavelets	335
9.7.3 Daubechies-Wavelets (Lagrange-Wavelets)	337
9.7.4 Biorthogonale Wavelets	339
9.7.5 Butterworth-Wavelets	341
9.8 Signalabtastung und -rekonstruktion	343
<b>10 Anwendungen</b>	<b>345</b>
10.1 FSK-Datenmodems	345
10.2 Orthogonale Multicarrier-Datenübertragung (OMC)	348
10.3 Digitaler Hörrundfunk (DAB)	351
10.4 Digitale Audiomischpulte	353
10.5 Asynchrone Abstratenumsetzung	355
10.6 Raumakustiksimulation mit Hilfe von Wavelets	357
10.7 Sprach- und Audiocodierung	360
10.8 Bildcodierung	363
10.9 Multiratensensorik	365
<b>A Verzeichnis der wichtigsten Symbole und Abkürzungen</b>	<b>367</b>
<b>B Matrizen</b>	<b>369</b>
B.1 Transjugierte Matrix	369
B.2 Inverse Matrix	370
B.3 Hermitesche Matrix	370



<b><i>Inhaltsverzeichnis</i></b>	<b><i>XVII</i></b>
B.4 Unitäre Matrix	370
B.5 Paraunitäre Matrix	371
B.6 Spezielle Matrizen	372
<b>C Diskrete Fourier-Transformation</b>	<b>373</b>
C.1 Summendarstellung	373
C.2 Matrixdarstellung	374
<b>D Signalräume</b>	<b>375</b>
D.1 Lineare Vektorräume	375
D.2 Direkte Summe von Unterräumen	376
D.3 Lineare Räume mit Skalarprodukt	376
D.4 Reziproke, biorthogonale und orthonormale Basen	377
D.5 Signalräume $L_2$ und $l_2$	378
<b>E Aliasing in DFT-SBC-Filterbänken</b>	<b>379</b>
E.1 Modifikationen	<b>379</b>
E.2 Realteil-Teilbandsignal	<b>381</b>
E.3 Imaginärteil-Teilbandsignal	382
E.4 Teilbandsignale im Nachbarkanal	384
E.5 Resultierendes Originalspektrum	384
E.6 Alias-Spiegelspektren	<b>385</b>
E.7 Erweiterung	386
<b>F Übersprechen in DFT-TMUX-Filterbänken</b>	<b>387</b>
F.1 Übersprech-Übertragungsfunktion	387
F.2 Realteil des Übersprechens	388
F.3 Imaginärteil des Übersprechens	388
F.4 Übersprechen im endgültigen Takt	389
F.5 Komplementäre Eingangssignale	390